ORDEN DE LARGO ALCANCE SUPERCONDUCTOR EN LA FASE MEISSNER DE SUPERCONDUCTORES DE TIPO II

J. Roa-Rojas,[1] C. A. Parra Vargas,[1,2] D. A. Landínez Téllez[1]
1. Grupo de Física de Nuevos Materiales, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, A.A. 14490, Bogotá DC
2. Grupo Física de Materiales, Escuela de Física, UPTC, Tunja
(Recibido 03 de Oct.2005; Aceptado 31 de May. 2006; Publicado 16 de Jun. 2006)

RESUMEN

En el presente trabajo, se estudian las consecuencias de las fluctuaciones térmicas sobre el comportamiento superconductor en la fase Meissner de superconductores de tipo II. La dimensión crítica del sistema para la existencia de orden de largo alcance superconductor (OLAS) es obtenida a partir del funcional de energía de libre de Ginzburg-Landau (G-L), introduciendo fluctuaciones alrededor de la solución de campo medio y definiendo un gauge invariante apropiado para la fase del parámetro de orden superconductor.

Palabras clave: Modelo fenomenológico, superconductores tipo II, estado Meissner

ABSTRACT

In this work, we study the consequences of thermal fluctuations on the superconducting behavior in the Meissner state of type II superconductors. The critical dimension of the system for the existence of superconducting long range order, is obtained from the free energy functional of G-L, by introducing fluctuations around the mean field solution and defining an appropriated invariant gauge for the phase of the order parameter.

Keywords: phenomenologic model, superconductor type II, Meissner state

1. INTRODUCCIÓN

A pesar de la intensa investigación en pro de la comprensión del mecanismo microscópico que explica la superconductividad a altas temperaturas, aún hay inquietudes importantes relacionadas con los efectos de fluctuaciones sobre las propiedades superconductoras en los materiales que la evidencian, debido a que las altas temperaturas, la pequeña longitud de coherencia, la grande profundidad de penetración y la fuerte tendencia bidimensional extienden drásticamente los efectos debidos a las fluctuaciones térmicas [1]. En este trabajo se estudia la dimensionalidad crítica para la existencia de OLAS en la fase Meissner de superconductores de tipo II, como un efecto debido a las fluctuaciones del sistema.

2. ENERGÍA LIBRE

En unidades reducidas, la energía libre para un superconductor isotrópico es [2]

$$F = \int d^3r \left\{ -|\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + \left| \left(\frac{\nabla}{i\kappa} - A \right)\psi \right|^2 + B^2 \right\}, \tag{1}$$

donde κ es el parámetro de G-L, todas las magnitudes se miden en unidades de la longitud de penetración λ, el campo magnético en unidades de $\sqrt{2}\, H_c$, donde H_c representa el campo crítico termodinámico, el potencial vector $\boldsymbol{A}$ en unidades $\sqrt{2}\, H_c\lambda$ y la densidad de energía libre en unidades de $H_c^2/4\pi$. El campo será tomado en la dirección $\boldsymbol{z}$ y el parámetro de orden $\psi = f\exp(i\phi)$, con $f=|\psi|$ y ϕ representa la fase del parámetro de orden. Introduciendo la velocidad de superfluito con calibre invariante $\mathbf{Q} = \mathbf{A} - \frac{i}{\kappa}\nabla\phi$. Con esta definición, el funcional de energía libre es

$$F = \int d^3r \left\{ -f^2 + \frac{1}{2}f^4 + \frac{(\nabla f)^2}{\kappa^2} + f^2\mathbf{Q}^2 + (\nabla \mathrm{x} \mathbf{A})^2 \right\}. \tag{2}$$

La descripción de campo medio resulta cuando se minimiza la energía libre con respecto a f y $\mathbf{A}$, dando origen a las ecuaciones de G-L: $-f_0 + f_0^3 - \frac{1}{\kappa^2}\nabla^2 f_0 + f_0\mathbf{Q}_0^2 = 0$, y $\nabla \mathrm{x} \nabla \mathrm{x} \mathbf{A}_0 = -f_0^2\mathbf{Q}_0$, las cuales en la fase Meissner tienen soluciones: $B_0=0$; $Q_0 = A_0 - \frac{1}{\kappa}\nabla\phi = 0$; y $f_0(x,y,z)=1$; donde el subíndice cero indica las funciones que hacen de la energía libre un mínimo. Para una línea de flujo imaginaria, en general, aplicando rotacional a la definición de velocidad de superfluito a lo largo del eje $\boldsymbol{z}$ y el teorema de Stokes, se obtiene:

$$\nabla x Q_0 = \left[B_0(x,y) - \frac{2\pi}{\kappa}\sum_i \delta\left(\rho - R_i^0\right) \right]\hat{z}, \tag{3}$$

donde $\hat{z}$ es el vector unitario en la dirección del campo, R_i^0 es la posición de la i-ésima línea de flujo en una red triangular y ρ=ρ(x,y) es un vector polar. De la segunda ecuación de G-L se obtiene $\nabla x B_0 = -f_0^2 Q_0$, luego la ecuación (3) obtiene la forma

$$\nabla . \left[\frac{1}{f_0^2}\nabla B_0(x,y) \right] = B_0(x,y) - \frac{2\pi}{\kappa}\sum_i \delta\left(\rho - R_i^0\right). \tag{4}$$

Debido a que f_0 y B_0 tienen la periodicidad de la red triangular, pueden ser expandidas en series de Fourier: $f_0(x,y) = \sum_G f_G e^{iG.\rho}$ y $B_0(x,y) = B + \sum_{G\neq 0} b_G e^{iG.\rho}$, donde $\boldsymbol{G}$ representa un vector de la red recíproca de la red triangular de líneas de flujo [3].

3. FLUCTUACIONES EN LA SOLUCIÓN DE CAMPO MEDIO

Para el análisis de fluctuaciones, sean: $f = f_0 + f_1$; $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_0 + \mathbf{q}$ y $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{a}$. Sustituyendo estas transformaciones en la ecuación (2) y tomando solamente el orden cuadrático en f_1, **a** y **q**, se tiene $F=F_0+F_1$, donde,

$$F_0 = \int d^3r \left\{ - f_0^2 + \frac{1}{2} f_0^4 + \frac{(\nabla f_0)^2}{\kappa^2} + f_0^2 \mathbf{Q}_0^2 + (\nabla \mathrm{x} \mathbf{A}_0)^2 \right\}$$
$$F_1 = \int d^3r \left\{ - f_1^2 + 3 f_0^2 f_1^2 + \frac{(\nabla f1)^2}{\kappa^2} + f_0^2 \mathbf{q}^2 + 4 f_0 f_1 \mathbf{Q}_0 . \mathbf{q} + f_1^2 \mathbf{Q}_0^2 + (\nabla \mathrm{x} \mathbf{a})^2 \right\} . \quad (5)$$

Suponiendo que las formas cuadráticas de la ecuación (5) sean del tipo de las ecuaciones de G-L, se obtiene que $F_1=\lambda(f_1^2+f_0^2\boldsymbol{q}^2)$. Minimizando con respecto a f_1 y **a**, se determinan las ecuaciones de G-L para las fluctuaciones:

$$- f_1 + +3 f_0^2 f_1 - \frac{1}{\kappa^2} \nabla^2 f_1 + 2 f_0 \mathbf{Q}_0 . \mathbf{q} + f_1 \mathbf{Q}_0^2 = 2 \lambda f_1$$
$$f_0^2 \mathbf{q} + 2 f_0 f_1 \mathbf{Q}_0 + \nabla \mathrm{x} \nabla \mathrm{x} \mathbf{a} = \lambda f_0^2 \mathbf{q} . \quad (6)$$

Considerando que en la fase Meissner $f_0=1$ en todo lugar donde $\mathbf{Q}_0=0$, y que no hay líneas de flujo, luego $\nabla \mathrm{x} \mathbf{a} = \nabla \mathrm{x} \mathbf{q}$, las ecuaciones (6) presentan 4 ramas de excitación:

Un modo asociado con variaciones en la amplitud; **q**=0 y se tiene que $2 f_1 - \frac{1}{\kappa^2} \nabla^2 f_1 = \lambda f_1$. Si f_1 tiene la forma periódica de las series de Fourier, se puede obtener el autovalor λ del vector de onda **k** correspondiente: $\lambda = \frac{\mathbf{k}^2}{\kappa^2} + 2$.

Un modo de velocidad longitudinal del superfluito, en el cual **q** es paralelo al vector de onda **k**; de (6), con $\nabla \mathrm{x} \mathbf{a} = 0$, se tiene $f_0^2 q = \lambda f_0^2 q$ con $\lambda=1$.

Dos modos de velocidad transversal del superfluito, en los cuales **q** es perpendicular a **k**, de donde se obtiene $f_0^2 \mathbf{q} + \nabla \mathrm{x} \nabla \mathrm{x} \mathbf{a} = \lambda f_0^2 \mathbf{q}$, con $\lambda=1+\boldsymbol{k}^2$.

Para una temperatura finita T, se puede calcular la media térmica de las fluctuaciones, mediante el principio de equipartición de la energía, dando a cada modo una energía térmica media de $1/2k_BT$ [4]. En el límite clásico, se obtienen los propagadores para cada modo de excitación: $\lambda \langle f_1(\mathbf{k}) f_1(-\mathbf{k}) \rangle = \frac{1}{2} k_B T$; $\lambda \langle \mathbf{q}_i(\mathbf{k}) \mathbf{q}_j(-\mathbf{k}) \rangle_{\parallel} = \frac{1}{2} k_B T \frac{k_i k_j}{k^2}$; y $\lambda \langle \mathbf{q}_i(\mathbf{k}) \mathbf{q}_j(-\mathbf{k}) \rangle_{\perp} = \frac{1}{2} k_B T \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right)$.

4. DEFINICIÓN DE LA FASE CON CALIBRE INVARIANTE

La fase ϕ de la función de onda superconductora no es una cantidad de calibre invariante, por lo cual se introduce la transformación: $\mathbf{A} \to \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \frac{1}{\kappa} \nabla \phi$ y $\phi \to \phi' = \phi + \chi$, donde χ es una función arbitraria. Una función de calibre invariante es $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \left\langle f(\mathbf{r}') f(\mathbf{r}) \exp\left(i\kappa \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} \mathbf{Q}.d\mathbf{l} \right) \right\rangle$, de donde se puede definir la diferencia de fase $\Delta\phi = -\kappa\int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'}\mathbf{Q}.d\mathbf{l}$ entre dos puntos $\mathbf{r}$ y $\mathbf{r}'$. Introduciremos una fase invariante Θ, definida como $\nabla^2\Theta = -\kappa\nabla.\mathbf{Q}$. Combinando esta expresión con la definición de velocidad de superfluito se puede corroborar la invarianza de las fases, así como que $\Delta\Theta = \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'}\nabla\Theta.d\mathbf{l}$ [5].

5. ORDEN DE LARGO ALCANCE SUPERCONDUCTOR

El OLAS puede investigarse usando la función $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \langle f(\mathbf{r}')f(\mathbf{r})\exp(i\Delta\Theta(\mathbf{r},\mathbf{r}'))\rangle$. Si $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \to 0$ cuando $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \to \infty$, no hay OLAS. Escribiendo $f = f_0 + f_1$ en la ecuación anterior, se obtiene $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \left[f_0^2 + \langle f_1(\mathbf{r}')f_1(\mathbf{r})\rangle\right]\langle\exp(i\{\Theta(\mathbf{r})-\Theta(\mathbf{r}')\})\rangle$. Expandiendo la exponencial y tomando únicamente los valores hasta el orden cuadrático, se tiene $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \left[f_0^2 + \langle f_1(\mathbf{r}')f_1(\mathbf{r})\rangle\right]\exp\left(-\frac{1}{2}\left\langle\{\Delta\Theta\}^2\right\rangle\right)$. La media térmica de f_1 fue determinada en la sección 3. La media térmica de la diferencia de fase puede estudiarse en el espacio de Fourier (para los modos *ii* y *iii* de la sección 3) con lo cual se obtiene:

$$\left\langle(\Delta\Theta)^2\right\rangle = \kappa^2 k_B T\int\frac{k^{d-1}dkd\Omega_k}{k^2}\left[1-\cos\{\mathbf{k}.(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\}\right], \qquad (7)$$

donde Ω representa el ángulo sólido correspondiente y *d* es la dimensionalidad del sistema. En caso unidimensional, $\left\langle(\Delta\Theta)^2\right\rangle \propto |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$. Cuando $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \to \infty$, $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \sim e^{-\infty}$, luego $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \to 0$ y puede afirmarse que no hay coherencia de fase, luego no existe OLAS. Por otro lado, en el caso tridimensional, $\left\langle(\Delta\Theta)^2\right\rangle = C|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^{2-d}$, donde C es una constante. Cuando $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \to \infty$, $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \sim Ce^0 \sim C$. Por lo anterior, se concluye que para $d<2$ la OLAS es destruida por las fluctuaciones de fase dentro del estado Meissner y que $d=2$ es probablemente la menor dimensionalidad crítica.

Este trabajo tuvo el apoyo parcial de COLCIENCIAS: proyecto No. 1101-05-13604 y Centro de Excelencia en Nuevos Materiales, contrato No. 043-2005.

REFERENCIAS

[1]. D.S. Fisher, M.P.A. Fisher, D.A. Huse, Phys. Rev. B, 43, 130 (1991).
[2]. V.L. Ginzburg, L.D. Landau, Fiz. Tverd. Tela 2, 2034 (1960).
[3]. A.A. Abrikosov, Sov. Phys. JETP 5, 1174 (1957).
[4]. E.H. Brandt, Phys. Rev. Let. 63, 1106 (1989).
[5] A. Houghton, R.A. Pelcovitz, A. Subdϕ, Phys. Rev. B 42, 906 (1990).